

CHAPITRE X

LES CIRCUITS COUPLÉS

10-1. But du couplage et différentes sortes de couplages. — En radio, on a constamment à coupler un circuit avec un autre circuit, c'est-à-dire à faire passer l'énergie d'un circuit dans un autre circuit. Par exemple :

Relier une antenne à une lampe.

Relier un circuit plaque de lampe à un organe de liaison.

Relier un organe de liaison à un circuit grille de lampe.

Relier une lampe de sortie à un haut-parleur, etc.

Le couplage des circuits permet de réaliser certains montages intéressants, de relier entre eux des organes très disparates, *mais avant tout il permet d'obtenir des propriétés nouvelles*. Voilà pourquoi son importance est si grande en Radio et en électronique.

Mais, d'autre part, des circuits couplés se gênent mutuellement, et d'autant plus que leur partie commune est plus grande, c'est ce qui complique le problème.

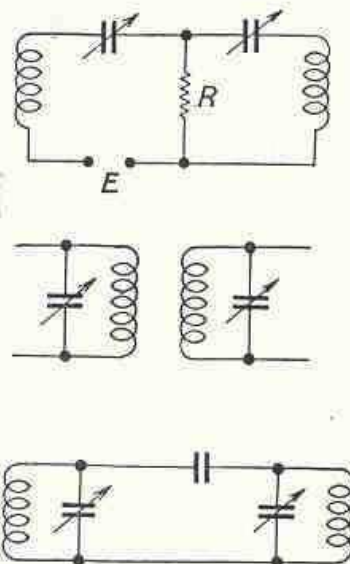


Fig. 10-1.

Nous avons rappelé dans la première partie de ce livre ce que c'est que l'induction mutuelle, comment on l'exprime et ce que c'est que le coefficient

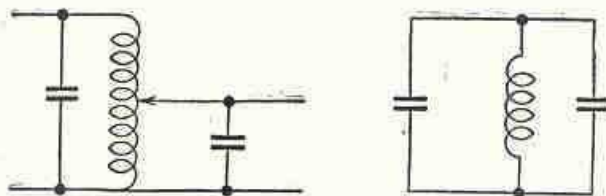


Fig. 10-2,

de couplage entre deux inductances, qui « mesure » en quelque sorte le « degré de couplage » de deux circuits.

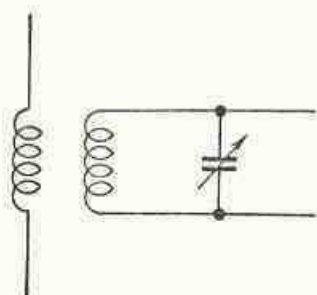


FIG. 10-3.

Il y a trois types fondamentaux de couplage :
 1° le couplage galvanique (par résistance),
 2° le couplage magnétique (par inductance),
 3° le couplage électrostatique (par condensateur).

On peut enfin combiner tous ces couplages.

La figure 10-1 montre ces trois types.

Le couplage magnétique se divise lui-même en couplage direct (fig. 10-2) et en couplage indirect ou en TESLA (fig. 10-3), chaque circuit comprenant en général un condensateur d'accord.

Mais dans le cas le plus général (que le couplage soit inductif ou capacitif) l'inductance ou la capacité de chaque circuit n'est pas forcément concentrée dans la partie commune, et les couplages *fondamentaux* au point de vue de la Radio ont alors l'aspect de la figure 10-4.

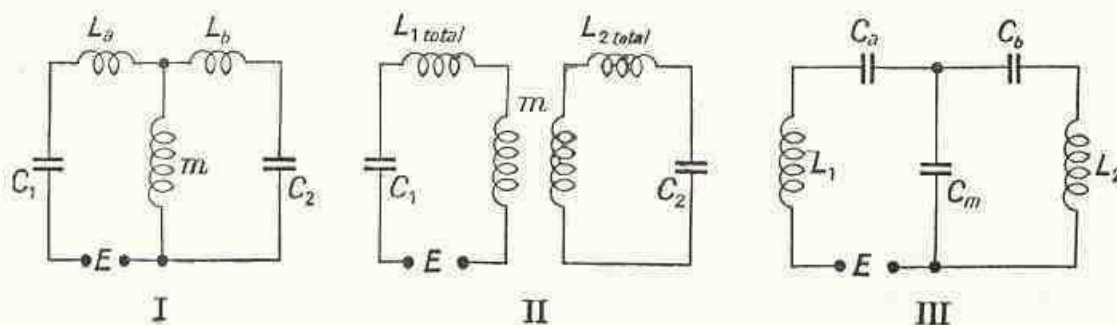


FIG. 10-4.

La figure 10-5 montre un exemple d'un couplage mixte qui est à la fois par résistance, par inductance et par capacité.

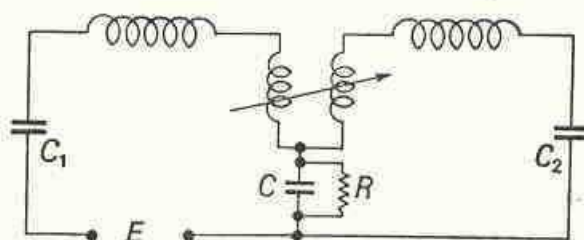


FIG. 10-5.

10-2. Définition générale du coefficient de couplage k entre deux circuits.

— Si on appelle :

Z_m = l'impédance mutuelle inductive ou capacitive,

Z_1 = l'impédance inductive ou de capacité du primaire,

Z_2 = l'impédance inductive ou de capacité du secondaire,

le coefficient de couplage entre les deux circuits est, par définition :

$$k = \frac{Z_m}{\sqrt{Z_1 \cdot Z_2}}.$$

EXEMPLES : Dans les trois couplages de la figure 10-4, on aurait :

$$1^{\circ} \quad k = \frac{m\omega}{\sqrt{(L_a + m)\omega \cdot (L_b + m)\omega}} = \frac{m}{\sqrt{(L_a + m) \cdot (L_b + m)}}$$

et si on appelle L_1 et L_2 les inductances totales de chaque circuit ($L_1 = L_a + m$ et $L_2 = L_b + m$) on obtient la formule connue :

$$k = \frac{m}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{m}{M}.$$

2^o De même, avec les mêmes lettres :

$$k = \frac{m}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}.$$

$$3^{\circ} \quad k = \frac{\frac{1}{C_m \omega}}{\sqrt{\left(\frac{1}{C_a \omega} + \frac{1}{C_m \omega}\right) \left(\frac{1}{C_b \omega} + \frac{1}{C_m \omega}\right)}}$$

et si on appelle C_1 et C_2 les capacités totales :

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_m}$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_m}$$

on aurait :

$$k = \frac{\sqrt{C_1 \cdot C_2}}{C_m}.$$

Dans le cas particulier de la figure 10-6, on aurait :

$$k = \sqrt{\frac{m}{L_b + m}} \quad (L_a = 0).$$

Il faut remarquer que chacun de ces trois couplages permet de supprimer une fréquence, et de renforcer une autre fréquence.

Ainsi, la pulsation ω qui sera supprimée sera celle pour laquelle le circuit secondaire forme circuit bouchon vis-à-vis du primaire ; en effet le circuit 1 de la figure 10-4 peut être dessiné autrement (fig. 10-7) et l'on voit nettement le circuit bouchon placé en série avec L_a et C_1 . Donc, si on règle C_2 pour que :

$$(L_b + m) C_2 \omega^2 = 1$$

la pulsation ω sera supprimée :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{(L_b + m)C_2}}$$

et ce cas est très général.

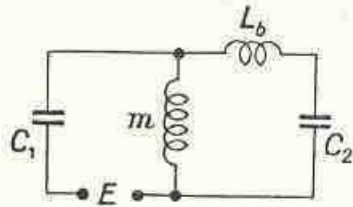


FIG. 10-6.

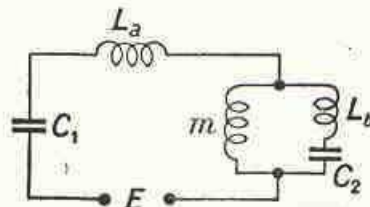


FIG. 10-7.

10-3. Différents cas à envisager dans le couplage des circuits. — Il existe trois cas très différents :

1^o *Oscillations libres ou naturelles*, le primaire recevant un choc électromagnétique ou électrostatique. C'est le cas d'un condensateur C_1 , qui a été chargé à une D.D.P. V et qui se décharge *ensuite* (après avoir été séparé de la source) dans une inductance L_1 couplée à un circuit L_2C_2 (fig. 10-8). Le circuit L_1C_1 est libéré de la source. C'est le cas des anciens postes émetteurs à étincelles, en ondes amorties, que nous n'étudierons pas.

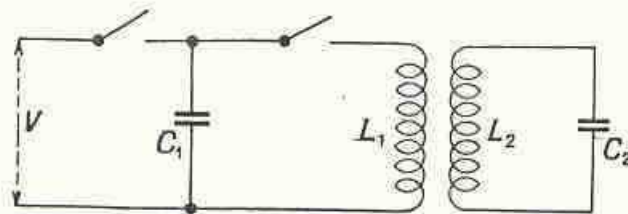


FIG. 10-8.

2^o *Oscillations forcées*, où le primaire est mis en série (ou encore reçoit l'énergie magnétiquement) avec un générateur de F.E.M. E constante et de pulsation IMPOSÉE ω . C'est le cas des ondes entretenues, où la pulsation des courants primaire et secondaire sera forcément toujours égale à ω , puisque la source impose sa fréquence, quoi qu'il arrive aux circuits.

C'est le cas fondamental que nous étudierons en détail (fig. 10-9).

3^o *Oscillations mutuellement entretenues* par le couplage de deux circuits oscillants avec une lampe oscillatrice (l'un des C. O. ayant une résistance négative).

La théorie se simplifie beaucoup parce que, d'une part, on accorde en général les deux C. O. sur la même fréquence, et que, d'autre part, on peut en général négliger certaines résistances ohmiques.

Cette étude est fondamentale et de première importance ; aussi nous prions

le lecteur de ne pas se rebuter, une moisson abondante de résultats le dédommagera de son travail. Cette étude est très simple grâce au calcul des imaginaires.

Nous allons d'abord étudier le couplage des circuits oscillants isolés dans l'espace, c'est-à-dire sans tenir compte de la nature du générateur (qui, en l'espèce, sera une lampe), ni de la nature du récepteur branché aux bornes du secondaire, puis ensuite nous ferons l'étude complète et nous obtiendrons des résultats *extrêmement intéressants et même inattendus*. Très souvent le technicien se trouvera aux prises avec des conditions *contradictoires*. Et c'est l'art du technicien, ainsi que les ressources innombrables de l'électricité, qui permettront de résoudre les problèmes compliqués et ardues que l'on rencontre de plus en plus dans la technique.

Nous ferons au § 10-18 l'étude expérimentale des circuits couplés.

10-4. Théorie mathématique du couplage des circuits, en oscillations forcées.

— *Hypothèse* : Le primaire est relié en permanence à une source de pulsation ω constante et imposée, et de D.D.P. constante V (fig. 10-9).

Donc en aucun cas, quel que soit le couplage, la fréquence de la source ne pourra changer, et les courants I_1 et I_2 auront forcément la même pulsation ω de la source, d'où le nom d'oscillations forcées.

But du calcul et du problème. — Le but de l'étude est d'obtenir, soit la plus grande amplification, soit la plus grande sélectivité.

Étudions d'abord le problème du maximum d'amplification :

Le primaire P agit sur un secondaire S où L et C sont en série, nous chercherons donc à rendre I_2 maximum, et à ce moment il y aura une surtension aux bornes de C_2 :

$$V_c = \frac{I_2}{C_2 \omega}.$$

C'est cette surtension qui sera appliquée à la grille de la lampe.

Pour l'instant, étudions les circuits *seuls*, indépendamment des circuits sur lesquels ils sont branchés.

— *CALCUL SIMPLIFIÉ* : (Pour simplifier l'écriture, nous ne mettrons pas de trait au-dessus des symboles de quantités imaginaires).

Supposons pour simplifier que les deux circuits soient identiques :

$$L_1 = L_2 = L, \quad R_1 = R_2 = R, \quad C_1 = C_2 = C.$$

Si m est l'induction mutuelle, la deuxième loi de KIRCHHOFF nous donnera : au primaire

$$I_1 = \frac{V - jm\omega I_2}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)},$$

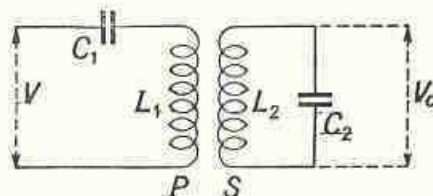


FIG. 10-9.

au secondaire il n'y a pas de source extérieure :

$$I_2 = \frac{0 - jm\omega I_1}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)};$$

en posant :

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

on obtient alors les deux équations fondamentales du transformateur HF :

$$\boxed{\begin{aligned} (R + jX)I_1 + jm\omega I_2 &= V & (1) \\ (R + jX)I_2 + jm\omega I_1 &= 0 & (2) \end{aligned}}$$

La deuxième donne :

$$I_2 = -j \frac{m\omega}{R + jX} \cdot I_1 = a I_1$$

d'où l'on tire :

$$I_1 = -\frac{(R + jX)I_2}{jm\omega} = j \frac{(R + jX)I_2}{m\omega}.$$

Portons dans l'équation (1)

$$(R + jX) \cdot \frac{(R + jX)jI_2}{m\omega} + jm\omega I_2 = V$$

ou :

$$j(R + jX)^2 \cdot I_2 + jm^2\omega^2 I_2 = Vm\omega$$

d'où :

$$I_2 = \frac{Vm\omega}{j[(R + jX)^2 + m^2\omega^2]} = \frac{-jm\omega V}{(R + jX)^2 + m^2\omega^2}.$$

On voit que, si R et X sont nuls, I_2 n'est pas infini.

Dans cette *première* théorie simplifiée, négligeons les résistances ohmiques R des bobines ; il reste alors :

$$I_2 = \frac{-jm\omega V}{m^2\omega^2 + j^2X^2} = \frac{-jm\omega V}{m^2\omega^2 - X^2} = \frac{-j\omega V}{m\omega^2 - \frac{X^2}{m}}.$$

I_2 sera maximum quand le dénominateur sera nul :

$$m\omega^2 - \frac{X^2}{m} = 0$$

ou

$$m^2\omega^2 = X^2$$

et

$$X = \pm m\omega$$

c'est-à-dire :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm m\omega \quad (m = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_1} = kL_1)$$

$$= \pm kL\omega$$

$$\pm k = 1 - \frac{1}{LC\omega^2}$$

$$1 \pm k = \frac{1}{LC\omega^2} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{\omega^2} = \frac{\Omega^2}{\omega^2},$$

Ω étant la pulsation propre du circuit $\left(\Omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right)$

ou

$$\omega^2 = \frac{\Omega^2}{1 \pm k}$$

et

$$\boxed{\omega = \frac{\Omega}{\sqrt{1 \pm k}}}$$

Il y a donc deux valeurs de ω pour lesquelles I_2 sera maximum :

$$\omega_1 = \frac{\Omega}{\sqrt{1+k}} \quad \text{ou bien} \quad \omega_2 = \frac{\Omega}{\sqrt{1-k}},$$

correspondant à deux longueurs d'onde :

$$\lambda_1 = \lambda_0 \cdot \sqrt{1+k} \quad \text{ou bien} \quad \lambda_2 = \lambda_0 \sqrt{1-k},$$

λ_0 étant la longueur d'onde propre de chaque circuit pris isolément :

$$\lambda_0 = 1885 \sqrt{LC}.$$

On obtient la courbe de la figure 10-10 pour les variations de I_2 .

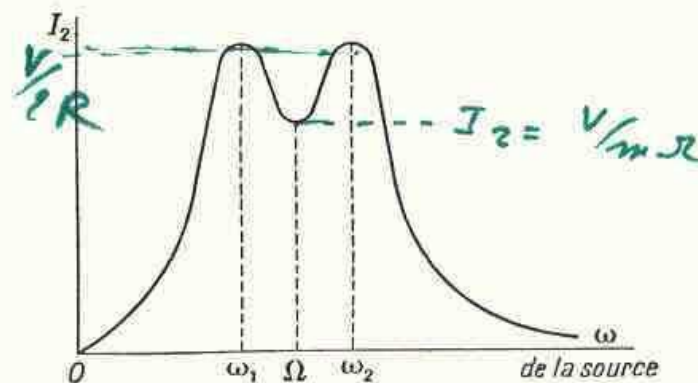


FIG. 10-10.

A ce moment I_2 a pour valeur :

$$I_2 = \frac{-jm\omega V}{m^2\omega^2 + (R^2 + j^2X^2 + 2RjX)}$$

et en négligeant R^2 devant $m^2\omega^2$ qui est beaucoup plus grand :

$$I_2 = \frac{-jm\omega V}{(m^2\omega^2 - X^2) + 2RjX};$$

or $m^2\omega^2 = X^2$, donc

$$I_2 = \frac{-jm\omega V}{2RjX} = \frac{-jm\omega V}{2Rjm\omega},$$

$$I_2 = \frac{V}{2R}.$$

C'est sa valeur maximum ; c'est donc R qui limite la valeur de I_2 .

Calculons maintenant I_2 lorsque $\omega = \Omega$ $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0\right)$.

$$I_2 = \frac{-jm\Omega V}{m^2\Omega^2 + (R + 0)^2}$$

$$I_{2 \text{ réel}} = \frac{V}{m\Omega}.$$

Quand I_2 est maximum, c'est-à-dire sur ω_1 ou sur ω_2 , on a aux bornes de C_2 une D.D.P.

$$V_C = L_2\omega I_2 = L_2\omega \cdot \frac{V}{2R} = \frac{V}{2} \cdot \frac{L_2}{R} \cdot \frac{\Omega}{\sqrt{1 \pm k}} = \frac{V}{2} \cdot \frac{L_2\omega}{R}$$

ou environ : $V_C = V \cdot \frac{Q}{2}$ (Q étant le coefficient de surtension).

10-5. Étude complète en tenant compte des résistances. — Posons (fig. 10-11), en appelant ω la pulsation de la source et des courants :

$$\begin{aligned} X_1 &= L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega} & Z_1 &= R_1 + jX_1 & \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{X_1}{R_1} \\ X_2 &= L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega} & Z_2 &= R_2 + jX_2 & \operatorname{tg} \varphi_2 &= \frac{X_2}{R_2}. \end{aligned}$$

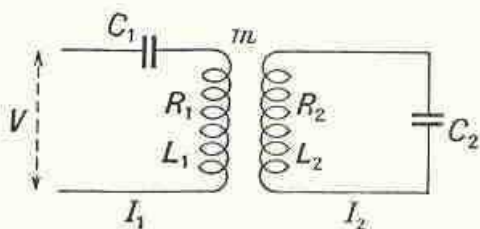


FIG. 10-11.

On peut donc écrire de suite les deux équations fondamentales que nous avons déjà établies :

$$(R_1 + jX_1)I_1 + jm\omega I_2 = V \quad (1)$$

$$(R_2 + jX_2)I_2 + jm\omega I_1 = 0. \quad (2)$$

La deuxième nous donne :

$$I_2 = \frac{-jm\omega I_1}{R_2 + jX_2} = \frac{-jm\omega I_1}{Z_2},$$

ce qui montre que I_2 est décalé en arrière sur I_1 d'un angle $\frac{\pi}{2} + \varphi_2$.

On en tire :

$$I_{2 \text{ réel}} = \frac{m\omega}{Z_2} \cdot I_1 = a I_1 \quad \left(\text{où } a = \frac{m\omega}{\sqrt{R_2^2 + \left(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right)^2}} \right);$$

portons dans l'équation (1) et l'on trouverait, comme on l'a trouvé plus haut pour les transformateurs ordinaires sans condensateur (voir § 6-7) :

$$I_1 = \frac{V}{(R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 - a^2 X_2)} = \frac{V}{Z} \quad (3)$$

ou encore :

$$V = I_1 [(R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 - a^2 X_2)]$$

ce qui signifie que l'énergie absorbée par le secondaire est celle que consommerait une résistance $a^2 R_2$ en série dans un circuit de résistance R_1 .

L'impédance équivalente à tout le transformateur est donc :

$$Z = (R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 - a^2 X_2) = R' + jX'.$$

La résistance apparente du primaire est donc *augmentée* et sa réactance est modifiée, X_2 pouvant être négatif, ou positif.

Le couplage m permet de modifier a , donc de régler à volonté la puissance secondaire, c'est-à-dire qu'on peut ajuster la résistance apparente du secondaire $a^2 R_2$ à une valeur convenable.

On en déduit :

$$I_2 = \frac{-jm\omega}{(R_2 + jX_2)} \cdot \frac{V}{(R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 - a^2 X_2)}. \quad (4)$$

On a encore :

$$I_1 = \frac{V}{\sqrt{(R_1 + a^2 R_2)^2 + (X_1 - a^2 X_2)^2}} \quad (5)$$

et

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{a} \cdot \frac{V}{\sqrt{(R_1 + a^2 R_2)^2 + (X_1 - a^2 X_2)^2}} \\ &= \frac{V}{\sqrt{\left(\frac{R_1}{a} + a R_2\right)^2 + \left(\frac{X_1}{a} - a X_2\right)^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

que nous discuterons plus loin.

On peut d'ailleurs écrire I_2 sous une autre forme :

$$I_2 = -\frac{jm\omega I_1}{R_2 + jX_2} = \frac{-jm\omega I_1 (R_2 - jX_2)}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{-jm\omega I_1 R_2 - m\omega X_2 I_1}{Z_2^2},$$

portons dans l'équation (1), on en déduit l'équation (3) que nous pouvons encore écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \frac{V}{I_1} = Z &= (R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 - a^2 X_2) \\ &= \left(R_1 + \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} R_2\right) + j \left[\left(L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega}\right) - \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} \left(L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega}\right) \right] \quad (6 \text{ bis}) \\ \text{ou} \\ &= \left(R_1 + \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} R_2\right) + j \left[\left[L_1 \omega - \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} \left(L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega}\right) \right] - \frac{1}{C_1 \omega} \right]. \end{aligned}$$

On peut donc dire que l'inductance apparente $L_1 \omega$ du primaire est devenue :

$$L' \omega = L_1 \omega - \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} \cdot \left(L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega}\right). \quad (7)$$

On voit ainsi que, si le secondaire est accordé $\left(L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega}\right) = 0$, l'inductance primaire $L_1 \omega$ ne change pas, et

$$L' = L_1.$$

REMARQUE : Des équations précédentes on en tire le décalage de I_1 sur V , d'après l'équation (5) :

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{X_1 - a^2 X_2}{R_1 + a^2 R_2}$$

et I_2 est décalé en arrière sur V de $\varphi' + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}$.

Maintenant que nous avons obtenu l'équation de I_2 , il s'agit d'en obtenir le maximum, car la D.D.P. V_c aux bornes de C_2 sera alors maximum et il y aura surtension (L_2 et C_2 sont en série). C'est en somme ce que l'on recherche pour pouvoir connecter le circuit grille d'une lampe aux bornes de C_2 .

10-6. Recherche du maximum de I_2 en agissant sur le couplage. — Le courant I_2 dépendant de X_1 , de X_2 et de m , on peut obtenir un maximum en faisant varier C_1 , C_2 ou le couplage m .

Supposons que C_1 et C_2 soient fixes et que m soit la seule quantité variable, on pourrait évidemment chercher la dérivée $\frac{dI_2}{dm}$ par rapport à m , mais ce serait long et compliqué, aussi est-il préférable d'opérer autrement.

Développons la quantité sous le radical de l'équation (6) :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{R_1}{a} + a R_2\right)^2 + \left(\frac{X_1}{a} - a X_2\right)^2 \\ &= \frac{R_1^2}{a^2} + a^2 R_2^2 + 2 R_1 R_2 + \frac{X_1^2}{a^2} + a^2 X_2^2 - 2 X_1 X_2 \\ &= a^2 (R_2^2 + X_2^2) + \frac{1}{a^2} (R_1^2 + X_1^2) + 2 (R_1 R_2 - X_1 X_2) \\ &= a^2 Z_2^2 + \frac{1}{a^2} Z_1^2 + 2 (R_1 R_2 - X_1 X_2) \end{aligned}$$

que l'on doit rendre minimum. Le troisième terme étant fixe, cherchons seulement dans quel cas les deux premiers termes $a^2 Z_2^2 + \frac{1}{a^2} Z_1^2$ sont minimum :

Or, c'est une somme de deux termes positifs dont le produit est constant :

$$a^2 Z_2^2 \cdot \frac{1}{a^2} Z_1^2 = Z_1^2 Z_2^2 = \text{constante},$$

puisque m est ici la seule variable.

Donc, le minimum aura lieu quand les deux termes seront égaux, ainsi qu'on le sait (la démonstration en a d'ailleurs été donnée au § 6-9) :

$$a^2 Z_2^2 = \frac{1}{a^2} Z_1^2$$

ou

$$a^2 = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$\frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

ou

$$m^2 \omega^2 = Z_1 Z_2$$

et

$$m = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_1 Z_2}.$$

Dans ce cas, I_2 maximum a pour valeur :

$$I_2 = \frac{V}{\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2} \cdot Z_2^2 + \frac{Z_2}{Z_1} Z_1^2 + 2(R_1 R_2 - X_1 X_2)}}$$

$$= \frac{V}{\sqrt{2(Z_1 Z_2 + R_1 R_2 - X_1 X_2)}}.$$

Si on a, *au préalable et séparément*, accordé les deux circuits sur la pulsation ω de la source (au moyen de C_1 et de C_2) on aura :

$$X_1 = X_2 = 0.$$

Il reste alors l'équation classique et fondamentale :

$$m^2 \omega^2 = R_1 R_2 \quad (9)$$

d'où :

$$m = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_1 R_2}.$$

Cette formule donne la valeur *la plus faible* de m pour que I_2 soit maximum, c'est ce qu'on appelle LE COUPLAGE OPTIMUM ou critique.

Dans ce cas le maximum de I_2 est encore supérieur (on l'appelle souvent « maximum maximorum ») ; en effet I_2 devient :

$$I_2 = \frac{V}{\sqrt{2(R_1 R_2 + R_1 R_2 + 0)}}$$

$$\boxed{I_2 = \frac{V}{2\sqrt{R_1 R_2}}}. \quad (10)$$

On a : $V_C = L_2 \omega I_2 = L_2 \omega \frac{V}{2\sqrt{R_1 R_2}},$

et le total en tension est :

$$G = \frac{V_C}{V} = \frac{L_2 \omega}{2\sqrt{R_1 R_2}}.$$

Il y a donc intérêt à rendre R_1 et R_2 les plus petits possible.

Ainsi, le couplage optimum ne dépend que de ω , de R_1 et de R_2 .

REMARQUE : La condition de couplage optimum n'est pas toujours réalisable. En effet, m est au plus égal à $\sqrt{L_1 L_2}$, et $Z_1 Z_2$ est au moins égal à $R_1 R_2$. On doit donc avoir

$$L_1 L_2 \omega^2 \geq m^2 \omega^2 \geq R_1 R_2$$

ou

$$1 \geq \frac{m^2}{L_1 L_2} \geq \frac{R_1}{L_1} \cdot \frac{R_2}{L_2} \cdot \frac{1}{\omega^2}$$

$$1 \geq k^2 \geq \frac{4\alpha_1 \alpha_2}{\omega^2}$$

en appelant α_1 et α_2 les coefficients d'amortissement des deux circuits. Mais, en pratique, il y a toujours des fuites magnétiques et si k_0 est la plus grande valeur que l'on puisse donner à k en pratique on voit qu'on ne pourra atteindre la résonance secondaire par variation du couplage que pour des valeurs de ω telles que

$$\omega^2 \geq \frac{4\alpha_1 \alpha_2}{k_0^2} \quad \text{ou} \quad \omega \geq \frac{2}{k_0} \sqrt{\alpha_1 \alpha_2},$$

c'est-à-dire pour des fréquences f supérieures à $f_0 = \frac{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}{\pi k_0}$.

10-7. Autre façon de trouver ces résultats. — Des deux équations fondamentales on peut écrire :

$$I_1 = \frac{V}{(R_1 + jX_1) + \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} (R_2 - jX_2)} \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{-jm\omega}{(R_2 + jX_2)} \cdot \frac{V}{(R_1 + jX_1) + \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} (R_2 - jX_2)}. \quad (12)$$

On en déduit alors que :

I_1 sera maximum quand le terme imaginaire du dénominateur sera nul

$$X_1 - \frac{m^2 \omega^2}{Z_2^2} \cdot X_2 = 0. \quad (13)$$

I_2 sera également maximum pour la même raison.

Mais, si X_2 est variable et si l'on fait $X_2 = 0$, on voit d'après l'équation (12) que le terme $(R_2 + jX_2)$ du dénominateur se réduisant à R_2 , I_2 sera à nouveau maximum, l'équation (13) entraîne alors :

$$X_1 = 0,$$

c'est-à-dire que le secondaire et le primaire doivent être accordés *séparément* avant couplage sur la pulsation ω de la source.

Il reste alors :

$$I_2 = -\frac{j m \omega}{R_2} \cdot \frac{V}{R_1 + \frac{m^2 \omega^2}{R_2^2} \cdot R_2} = \frac{-j m \omega V}{R_1 R_2 + m^2 \omega^2}$$

et

$$I_{2 \text{ réel}} = \frac{m \omega V}{R_1 R_2 + m^2 \omega^2}. \quad (14)$$

Son maximum aura lieu quand la dérivée de I_2 par rapport à m sera nulle,

$$\frac{dI_2}{dm} = 0,$$

ce qui donne, en annulant son numérateur :

$$(R_1 R_2 + m^2 \omega^2) \cdot (-j \omega V) - (-j m \omega V) (2 m \omega^2) = 0.$$

Il reste enfin, après simplification :

$$m^2 \omega^2 = R_1 R_2.$$

En résumé, I_2 est maximum pour une valeur de m la plus faible possible (donc intéressante au point de vue sélectivité) quand on a à la fois :

$$X_1 = X_2 = 0$$

et

$$m^2 \omega^2 = R_1 \cdot R_2.$$

REMARQUE IMPORTANTE : L'équation (7) donne alors un résultat remarquable.

En effet, si $L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega} = 0$, il reste :

$$L' = L_1$$

et, si $L_1 \omega = \frac{1}{C_1 \omega}$, l'équation (6 bis) donne pour la valeur de l'impédance apparente du primaire :

$$\frac{V}{I_1} = Z'_1 = R_1 + \frac{m^2 \omega^2}{R_2^2} \cdot R_2 = R_1 + \frac{m^2 \omega^2}{R_2}.$$

Ainsi, tout se passe comme si la présence du secondaire augmentait l'amortissement du primaire d'une quantité $\frac{m^2 \omega^2}{R_2}$.

R_2 étant toujours faible, on verra plus loin que cette valeur est toujours TRÈS GRANDE : aussi ne doit-on pas oublier qu'un primaire est très amorti par un secondaire accordé (il en sera d'ailleurs de même du secondaire) :

Au moment du couplage optimum ($m^2 \omega^2 = R_1 R_2$) il reste :

$$Z'_1 = R_1 + R_1 = 2R_1.$$

La résistance effective primaire a donc *doublé*. On verra qu'il en sera de même pour la résistance effective du secondaire, et c'est là un fait d'une très grande importance, que nous examinerons plus loin au moment du calcul de la sélectivité du secondaire.

APPLICATION NUMÉRIQUE : Supposons $\omega = 10^6$ ($\lambda = 1885$ m)

$$\begin{array}{lll} L_1 = 500 \mu\text{H} & R_1 = 25 \text{ ohms} & V = 10 \mu\text{V} \\ L_2 = 1000 \mu\text{H} & R_2 = 10 \text{ ohms.} & \end{array}$$

On en déduit :

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega^2} = \frac{1}{500 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{12}} = \frac{2}{1000} \mu\text{F}$$

$$C_2 = \frac{1}{1000 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{12}} = \frac{1}{1000} \mu\text{F}$$

d'où :

$$m^2 \omega^2 = R_1 R_2 = 10 \cdot 25 = 250$$

et

$$m = \frac{\sqrt{250}}{10^6} = 16 \mu\text{H},$$

d'où un coefficient de couplage k au moment du maximum de I_2 :

$$k = \frac{m}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{16}{\sqrt{500 \cdot 1000}} = 2,2 \text{ \%}.$$

Le maximum de I_2 est alors égal à :

$$I_2 = \frac{V}{2\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{10 \mu\text{V}}{2\sqrt{25 \cdot 10}} = 0,33 \mu\text{A}.$$

On remarque la faible valeur de k ; elle signifie au fond que 2 % du flux primaire atteint le secondaire.

On peut étudier les variations de I_2 quand on fait varier m (de 0 à sa valeur maximum M), il faut donc tracer la courbe de la fonction

$$I_2 = \frac{m \omega E}{m^2 \omega^2 + R_1 R_2}.$$

On aurait la courbe de la figure 10-12. Cette courbe passe par un maximum pour $m = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_1 R_2}$. A ce moment la puissance secondaire est maximum et le rendement est de 50 %.

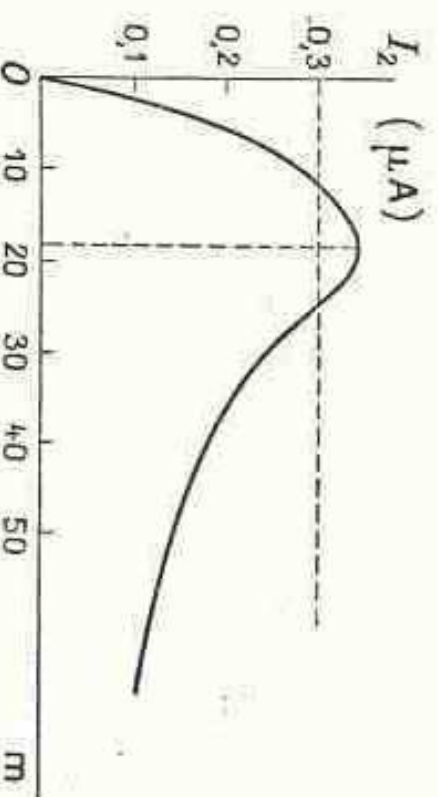


Fig. 10-12.

Remarquons en passant qu'on peut calculer k quand on connaît les coefficients de surtension Q_1 et Q_2 des enroulements.

$$k = \frac{m}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{m \omega}{\sqrt{L_1 \omega \cdot L_2 \omega}} = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{L_1 \omega \cdot L_2 \omega}} = \sqrt{\frac{R_1}{L_1 \omega}} \cdot \sqrt{\frac{R_2}{L_2 \omega}} = \frac{1}{\sqrt{Q_1 Q_2}},$$

et si $Q_1 = Q_2$, il reste $k = \frac{1}{Q}$.